論　文

自己増殖機械を構成可能な3状態ノイマン近傍セルオートマトン

正員　芹沢　照生†

3-State Neumann Neighbor Cellular Automata Capable of Constructing Self-Reproducing Machine

Teruo SERIZAWA†, *Member*

あらまし　3状態ノイマン近傍のセルオートマトンを定義して，その空間が組み立て万能であることを示す．証明は自己増殖機械を実現する方法を示すことによっておこなわれる．はじめにセルオートマトンの状態遷移規則と基本的な様相の動作が述べられる．次に，AND回路，パルス発射回路，通信線，遅延回路，記憶回路などの基本回路を構成する方法が示される．最後に，これらの回路を組み合わせて実現される自己増殖機械の構造が示される．この機械は，2つの工作用の腕とチューリングテープそしてタイミングループを持っており，チューリングテープの情報にもとづいて自分自身の複製を作ることができる．また，この機械を万能工作機械，万能チューリング機械として使うこともできる．

1. まえがき

同一の有限状態オートマトン（セル）を2次元格子状に無限にならべたセルオートマトンを考え，その空間上に自己増殖する機械を構成してみせたのは，von Neumannが最初である[1]．彼の29状態のセルオートマトンでは，論理動作や信号伝達が直接おこなえるように内部状態や状態遷移規則が定められており，万能チューリング機械，万能工作機械，自己増殖機械などの複雑な機械が構成可能であった．このような能力をもつセルオートマトンを組み立て万能なセルオートマトンと呼ぶ．組み立て万能性はセルオートマトンの複雑性を示す尺度の1つであり，より状態数の少ない単純なセルオートマトンで組み立て万能なものを求める研究がおこなわれてきた．

Coddは8状態ノイマン近傍（自分自身と4隣からなる近傍），2状態85近傍の組み立て万能なセルオートマトンを見い出し[2]，Banksは4状態ノイマン近傍のものを見つけた[3]．Coddは回転対称な遷移規則を持つ2状態5近傍のセルオートマトンは組み立て万能でないことを証明した[2]．また，2状態ムーア近傍（自分自身と8隣からなる近傍）のセルオートマトンであるConwayのライフゲームも組み立て万能であることが知られている[4]．

本論文では，回転対称な遷移規則をもつ3状態ノイマン近傍のセルオートマトンを定義し，自己増殖機械を実現する方法を示すことにより，それが組み立て万能であることを示す．Coddの定理により，このセルオートマトンは，回転対称な遷移規則をもつ組み立て万能な5近傍のセルオートマトンの中で状態数が最小のものである．

2. 3状態ノイマン近傍のセルオートマトン

2.1 セルオートマトン

同一の構造の有限状態オートマトンを空間的に一様に配置し，接続した系のことをセルオートマトンという．個々のオートマトン（セル）は，その近傍のセルと接続されており，近傍のセルの内部状態を入力として新しい内部状態へと遷移する．この状態遷移はすべてのセルで同時におこなわれる．この遷移によってセルオートマトンの様相（内部状態の配置）は新しい様相へと変化する．

セルオートマトンでは休止状態と呼ばれる特別な内部状態の存在を仮定する．休止状態は，近傍のすべてのセルが休止状態のときは休止状態へと遷移するという性質を持つので，休止状態でみちている空間では何も変化が起こらない．セルオートマトンの議論では，

†工学院大学工学部電子工学科，東京都
Faculty of Engineering, Kogakuin University, Tokyo, 160 Japan

有限個のセル以外は休止状態であるような様相（これを有限様相という）のみを考えることが多い．自己増殖機械の理論では，有限様相のみを問題とするので，本論文でも有限様相のみを考えることにする．

2.2 状態遷移規則

2次元3状態ノイマン近傍のセルオートマトンを定義する．3つの内部状態を空白（休止状態），○，●という記号で表現することにする．このセルオートマトンの状態遷移規則は，回転対称かつ反転対称である．したがって，回転や反転によって同一の形となる近傍形は区別しないことにする．

状態遷移規則を図1に示す．この図には，休止状態以外へと遷移する近傍形が示してある．この図の近傍形と同形でない近傍では，中心のセルは休止状態へと遷移する．

2.3 基本動作

このセルオートマトンでは，信号は図2に示すパルスによって伝えられる．このパルスは2つの形を交互にくり返しながら2クロックで1セル前進する．パルスは休止状態でみちている空間を自分の力で前進するので，他のセルオートマトンで必要とされた信号線のような回路は不要であり，したがって信号の交差の問題も発生しない．

パルスが動的な様相であるのに対して，図3に示す2つの様相は静的である．この静的な様相を組み合わせることによって，さまざまな回路を構成することができる．回路の動作はパルスと静的な様相との相互作用によって決まる．

自己増殖機械を実現するうえで必要となるすべての基本動作を図4に示す．これらの動作には，ブロックの生成，消滅，移動，パルスの消滅，分裂などの動作が含まれている．この中で，分裂回路とパルスとの相互作用（動作C）が一番劇的である．パルスは別々の方向にむかう3つのパルスに分裂するが，分裂回路自体はそのままそこに残っているので，くり返し使用することができる．また，分裂回路はパルスの速度を変化させるので，パルスのタイミングを調節する回路としても用いられる．

3. 基本回路

3.1 AND回路

図5は同時にa_1とa_2に入力があったときにのみbにパルスを出力するAND回路である．a_1に入力したパルスは2つに分裂したあと自分自身と衝突して対消

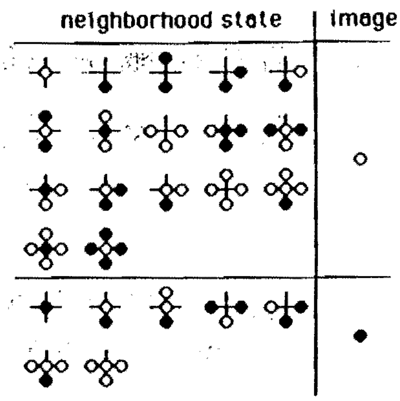


図1 3状態セルオートマトンの状態遷移規則
Fig.1 Transition rules of 3-state cellular automata.

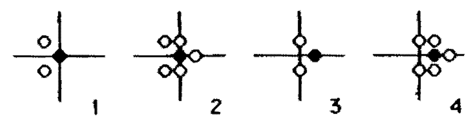


図2 パルスの伝達
Fig.2 Propagation of a pulse.

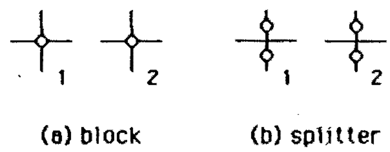


図3 静的な様相
Fig.3 Static configurations.

滅する．しかるべきタイミングでa_1とa_2に同時に入力があった場合には，対消滅すべきa_1のパルスの片方をa_2が消去してしまうため，もう片方のパルスがbに出力される．このようにして，この回路はAND回路としての動作をおこなうことができる．

3.2 パルス発射回路

回路要素がなにもない，休止状態のみでみたされている空間にパルスを1つ発生させるのが図6のパルス発射回路である．aに入力したパルスは2つに分裂したあと正面衝突し，互いに反対方向にむかう2つのパルスになる．その後，不要なほうのパルスは消去される．

この回路では，図で斜線を引いた部分を他のパルスが自由に通過することができる．したがって，2つのパルスを同じ場所に出力する一種のOR回路としてこの回路を使うことができる．ただし，2つの入力が同

時に与えられてはいけない．また，この回路を横に多数並べることにより，空間のさまざまな位置にパルスを発射する回路を作ることができる．

3.3 通信線

パルスは休止状態でみちている空間をどこまでも移動することができるので，特別に信号をはこぶ回路を考える必要はないが，架空の通信線を考えておいたほうが機械の設計には便利である．通信線に信号をのせるには3.2のパルス発射回路をつかい，信号をとり出すには分裂回路をつかう（図7）．分裂回路は通信線の方向を変えることにも用いられる．

3.4 遅延回路

いくつかの信号のタイミングをとったり，他の信号との混信をふせぐために遅延回路が必要である．遅れ

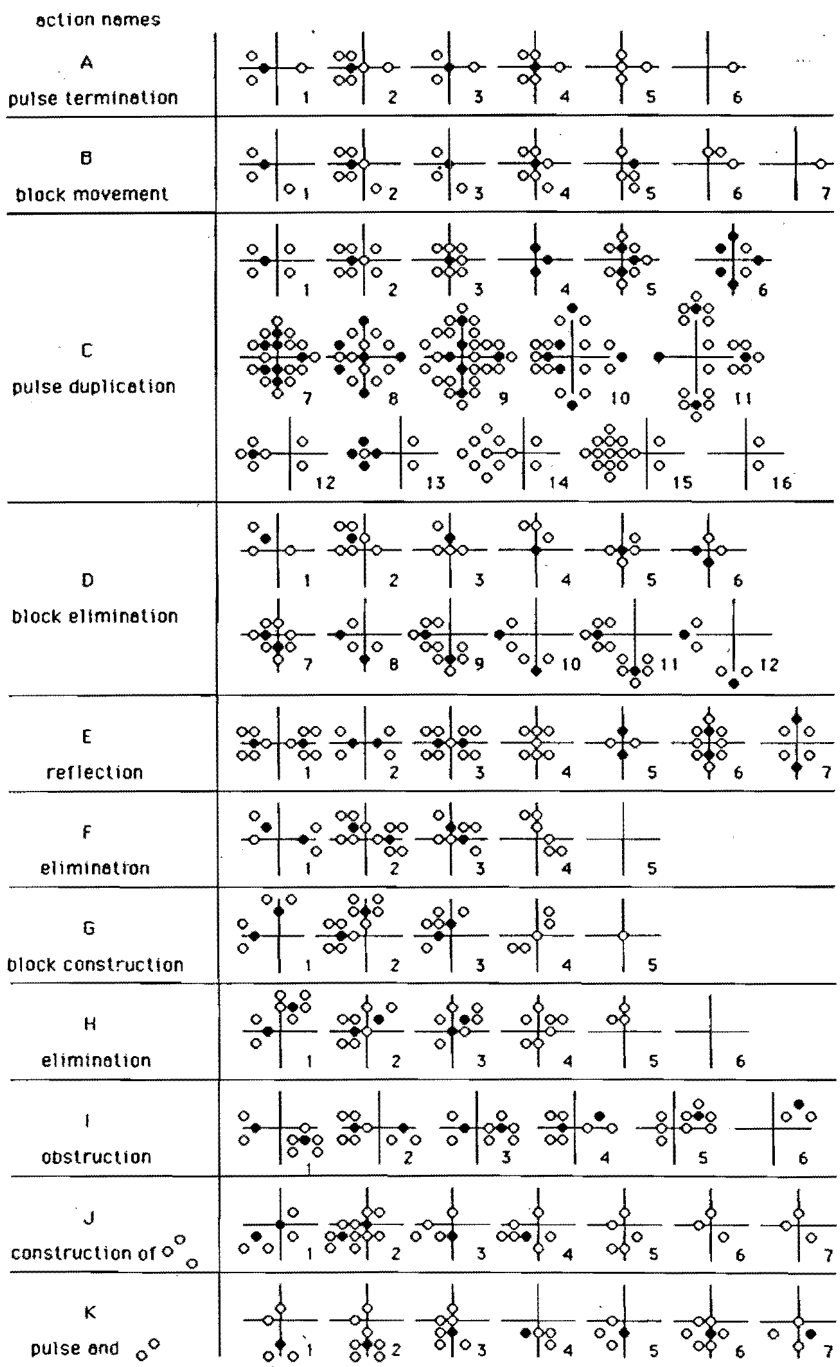


図4　セルオートマトンの基本動作
Fig.4 Basic actions of cellular automata.

は信号を迂回させることにより実現されるが，そのとき回路中の分裂回路の個数を調節することにより，任意時間の遅延回路を作ることができる（図8）.

3.5　記憶回路

1ビットの情報を記憶することができるフリップフロップの回路を図9に示す．この回路はセットとリセットの2つの入力と1つの出力とをもっている．

セットに入力したパルスは，2つに分裂したあと衝突して図の位置にブロックを1つ作る．この後，セットにパルスを加えてもブロックは変化しない．

リセットの信号はこのブロックを破壊して b に出力を出す（動作 D）．ブロックが存在しないときにリセットに信号を加えても回路は変化せず何も出力しない．

このようにこの回路はセットリセット型のフリップフロップとなっている．出力は，セット状態をリセットしたときにのみ得られるが，この回路を組み合わせることにより，さまざまな入出力関係をもつフリップ

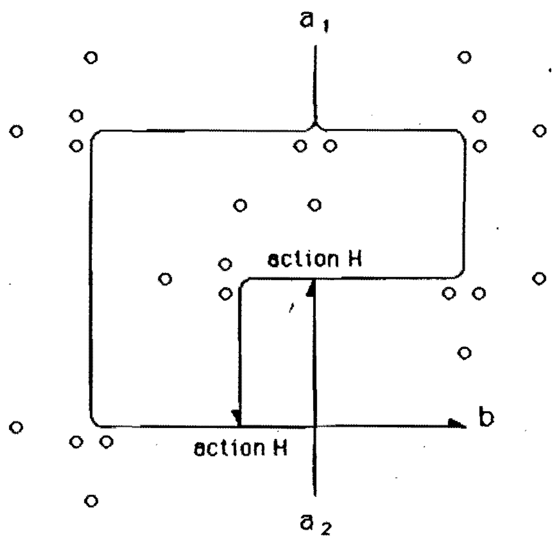


図5　AND回路
Fig.5 AND circuit.

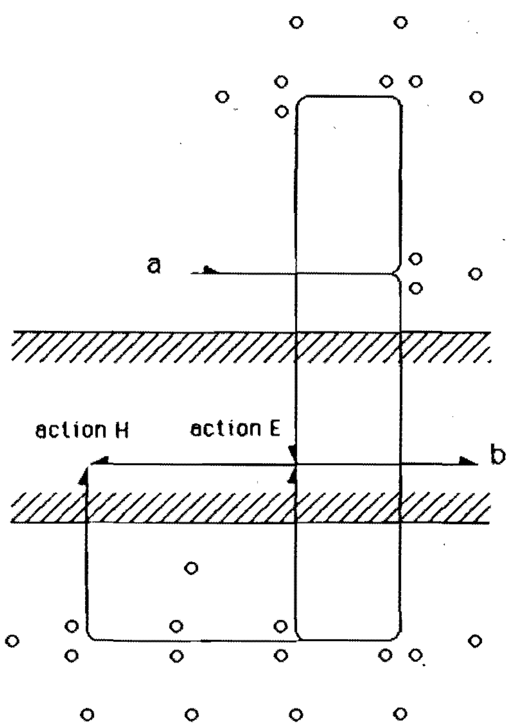


図6　パルス発射回路
Fig.6 Pulse generator.

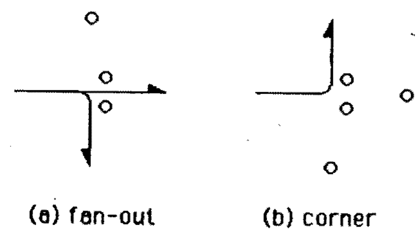


図7　通信線
Fig.7 Signal line.

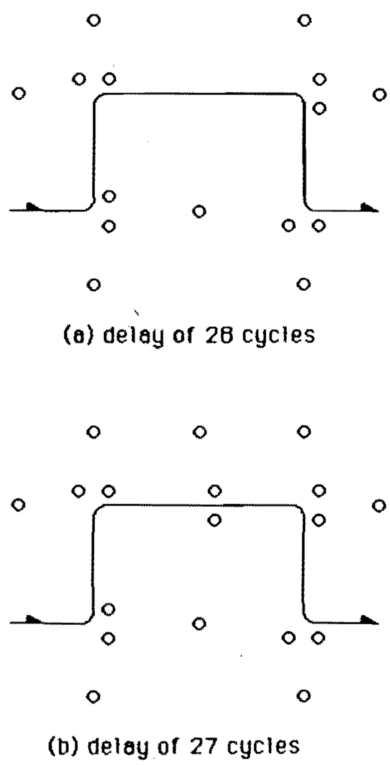


図8　遅延回路
Fig.8 Delay circuit.

フロップを作ることもできる．

3.6 有限状態オートマトン

この章で説明した5つの回路要素を組み合わせることにより，自己増殖機械を組み立てるときに必要となるミーリー型の有限状態オートマトンをはじめ，さまざまな論理回路を作ることが可能となる．このようなオートマトンは，von Neumannが設計したのと同じように[1]，フリップフロップとAND回路を組み合わせることにより実現されるが，くわしい設計法を説明するのは本論文の目的ではないので，説明を省略する．

4 自己増殖機械

4.1 自己増殖機械の構造

図10に示すような自己増殖機械を考える．この機械は，基本的にはvon Neumannが考えた自己増殖機械と同一の構造をもち，3つの部分から構成されている．

中央制御装置は自己増殖機械全体を制御する部分であり，それ自体は1つのミーリー型有限状態オートマトンである．このオートマトンはテープ制御装置からの信号を入力として動作する．出力もテープ制御装置に与えられるが，同時に腕制御装置にも送られることがある．

腕制御装置は，この装置の外側にある2つの工作用の腕 X と Y とを制御してこの機械の右上の部分に子供の機械をつくるための装置である．2つの腕は伸長，収縮，パルス発射の3つの動作をおこなうことができる．

テープ制御装置は，2つの記号からなる片側無限長のチューリングテープのデータを読み書きする装置である．テープの読み書きには工作用の腕と同じものを用いている．また，テープのデータを読み込む時に必要となるタイミングループも持っている．

この機械は，中央制御装置が以下の動作をおこなえるように適切に設計されており，かつ，自分自身の設計図が書かれているチューリングテープが与えられたときには，次のようにして自己増殖をおこなうことができる．

(1) しかるべき位置に腕 X と腕 Y をのばし，テープの複製を作る．

(2) テープの情報にしたがい，子供の機械の本体を

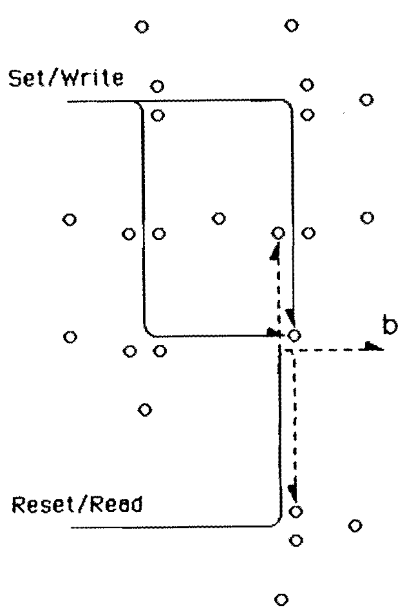


図9 フリップフロップ
Fig.9 Flip-flop.

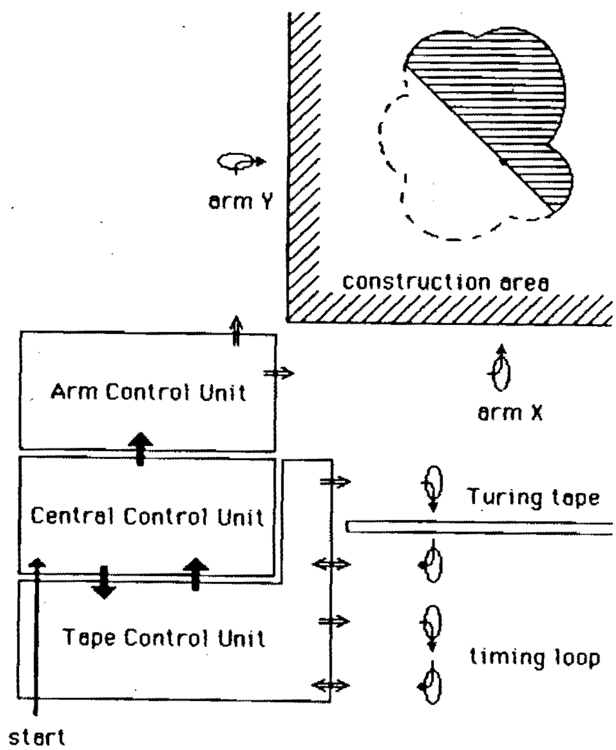


図10 自己増殖機械
Fig.10 Self-reproducing machine.

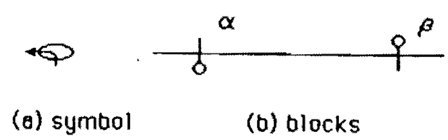


図11 工作用の腕
Fig.11 Construction arm.

作成する.

(3) 子供の機械に始動パルスを与える.

4.2 工作用の腕

工作用の腕は，図11に示すようにαとβと呼ばれる2つのブロックで構成されている．この腕は制御装置から発射されるパルス列によって制御され，1セル後退，2セル前進，パルス発射の3つの動作をおこなうことができる(図12〜図14)．制御に用いられるパルスは腕制御装置内にある多数のパルス発射回路から発射される．また，これらのパルスのうちいくつかは，タイミングがそろっていることが重要である．

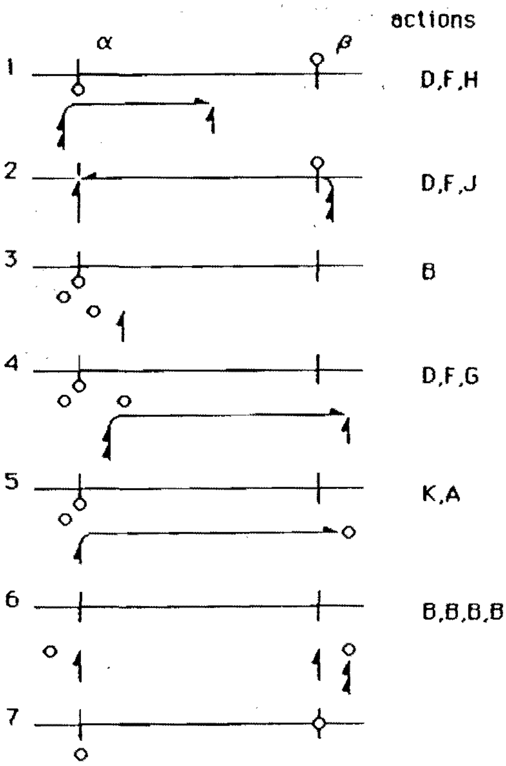


図12　腕を1セル縮める
Fig.12 Arm retraction by 1 cell.

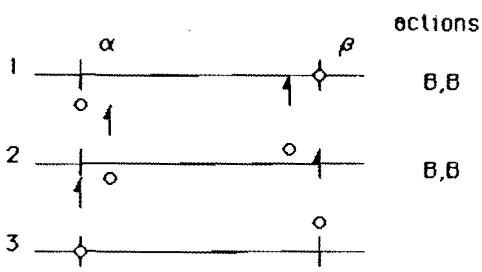


図13　腕を2セル伸ばす
Fig.13 Arm extension by 2 cells.

2つの腕XとYから発射したパルスを衝突させてブロックを作り(動作G)，子供の機械を組み立てる．交点までの距離は2つの径路で等しいので，腕制御装置から同時に2つの腕にパルス列を発射すればよい．パルスの通り路にブロックがあってはいけないので，子供の機械は，本体から一番はなれたところから作りはじめなければならない．また，分裂回路を構成する2つのブロックは接近しすぎているので，動作Gによって分裂回路を直接作ることができない．この場合には，少しはなれたところに2つめのブロックを作り，これを動作Bによって移動して分裂回路とする方法が有効である．

4.3 チューリングテープ

2つの記号"0"，"1"が書かれている片側無限長のチューリングテープを用いる．テープ上の記号は，記号を読み書きするときのことを考えて，10セルごとにおかれている．記号"0"には休止状態が対応し，記号"1"にはブロックが対応している．したがって有限個の"1"が書かれているテープは有限の大きさとなる．

テープ上の記号を読むには腕を使いテープにパルスを当ててみればよい(図15)．"1"ならばパルスは停止し，"0"ならばパルスは通過する．通過したパルスはもう1つの腕のブロックαによりテープ制御装置へ信号を送る．このとき余分なパルスが1つ発生する

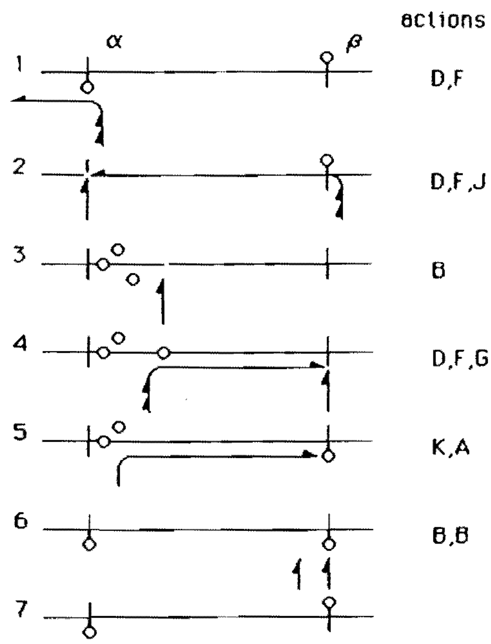


図14　パルスの発射(1)と腕の再生(2-7)
Fig.14 Pulse generation (1) and reconstruction (2-7) of arm.

ので，これを消去するパルスも必要である．また，記号"1"の場合にはパルスが返ってこないので，これを確定するために，常にパルスが返ってくるタイミングループが必要となる（図10）．

テープの記号を読み込むと腕を構成するブロックαが破壊されるので，図14の方法でこれを再生しなければならない．タイミングループからの信号を待って，腕を再生するパルス列を発生するのは，テープ制御装置の役割である．

テープに記号を書き込む方法を図16に示す．"1"を書き込むには，テープの外側に動作Gによってブロックを作り，これを動作Bによりテープ内に押し込めばよい．"1"を消去して"0"にするには，テープ内のブロックを動作Bによって押し出してから3つのパルスでこれを消去すればよい．

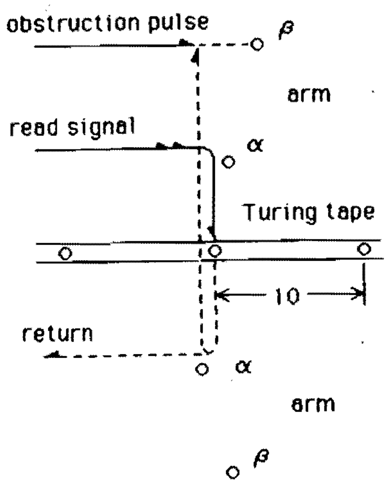


図15　テープの読み出し
Fig.15 Tape reading.

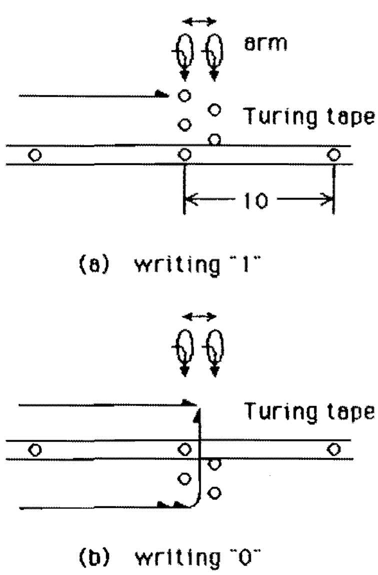


図16　テープの書き込み
Fig.16 Tape writing.

テープの読みとり位置の移動には，**4.2**で述べた腕の移動と同じ方法が用いられる．

5. む す び

3状態ノイマン近傍の2次元セルオートマトンを定義し，その空間上に有限の大きさを持つ自己増殖機械を実現する方法を示した．この自己増殖機械は万能工作機械としての能力を持っており，自分自身の設計図が書いてあるチューリングテープの指令により，自己増殖をおこなうことができる．

自己増殖機械の中央制御装置の回路を別のミーリー型の有限状態オートマトンに変更することにより，別の動作をおこなう機械を作ることができる．特に，記号数2の片側無限長のチューリングテープを持つ万能チューリング機械の制御回路を組み込むことにより，万能チューリング機械を実現することも可能である．したがって，本論文で述べたセルオートマトンは，計算万能かつ組み立て万能なセルオートマトンである．

一般に，セルオートマトンの複雑さをあらわす量として，内部状態の数mと近傍の大きさnとの積mnが使われている[5]．このセルオートマトンでは

$$mn = 3 \times 5 = 15$$

であり，組み立て万能なセルオートマトンでの値としては，現在のところ最小のmn値を示すものとなっている．

おそらくこの$mn=15$という値は，2次元の組み立て万能なセルオートマトンにおける真の最小値であると思われる．なぜならば，これより小さいmn値をとりうるセルオートマトンとしては，3状態4近傍，2状態7近傍のセルオートマトンなどしかなく，Coddの定理もあわせて考えてみると，対称な遷移規則をもつセルオートマトンの候補は残っていないからである．

謝辞　本論文の執筆にあたり御面倒をおかけした東大吉沢修治助教授ならびに工学院大学鈴木穎二教授に感謝致します．

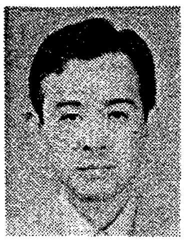
文　　献

(1) J. von Neumann : "Theory of self-reproducing automata", edited and completed by A.W. Burks, University of Illinois Press (1966).

(2) E.F. Codd : "Cellular automata", Academic Press (1968).

(3) E. R. Banks : "Universality in cellular automata", IEEE 11th Ann. Symp. Switching and Automata Theory, Santa Monica, pp. 194-215 (1970).
(4) E. R. Berlekamp, J. H. Conway and R. K. Guy : "Wining Ways", 2, pp. 817-850, Academic Press (1982).
(5) V. Aladyev : "Survey of research in the theory of homogeneous structures and their applications", Math. Bioscience, 22, pp. 121-154 (1974).
(6) 芹沢照生 : "最小の万能セル空間(1)", 信学技報, AL77-26 (1977-09).

(昭和60年9月24日受付，12月13日再受付)



芹沢　照生

昭50東大・工・計数卒．昭55同大学院博士課程了．同年同大助手．昭56工学院大・工・助手．現在，同講師．セルオートマトン，人工知能，プログラミング言語に興味を持つ．工博．